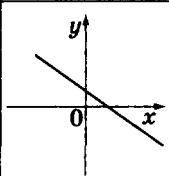
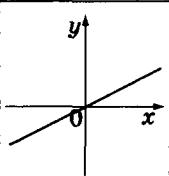
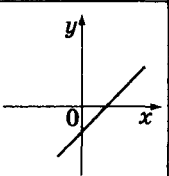
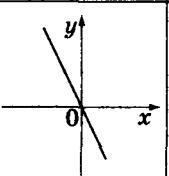
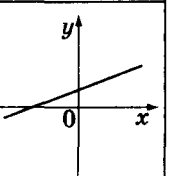


4. Якщо $F(x)$ – ДОВІЛЬНА первісна функції $f(x) = x^2$, то обов'язково...

А	Б	В	Г	Д
$F(x)$ є непарною	$F(x)$ є строго зростаючою на $D(F)$	$F(x)$ є парною	$F(x)$ є строго спадною на $D(F)$	$F(0) = 0$

5. Відомо, що функція $F(x) = x$ є первісною для деякої функції $y = f(x)$. Укажіть графік ЩЕ ОДНІЄЇ первісної для функції $y = f(x)$.

А	Б	В	Г	Д
				

6. Укажіть первісну функції $y = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

А	Б	В	Г	Д
$y = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$	$y = \frac{1}{\sin x}$	$y = -\operatorname{ctg} x$	$y = \frac{1}{\cos x}$	$y = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

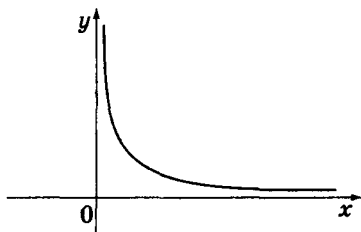
7. Укажіть формулу, яка задає множину всіх первісних функції $f(x) = \frac{1}{x}$ на проміжку $(-\infty; -5]$.

А	Б	В	Г	Д
$-\ln x - 5$	$-\ln x + C$	$\ln(-x) - 5$	$\ln(-x) + C$	$\ln(5 - x) + C$

8. Для якої з наведених пар функцій $y = f(x)$ та $y = F(x)$ функція $y = F(x)$ є первісною для функції $y = f(x)$?

А	Б	В	Г	Д
$f(x) = 1,$ $F(x) = C$	$f(x) = \sin x,$ $F(x) = \cos x + C$	$f(x) = e^x,$ $F(x) = e^x + C$	$f(x) = \operatorname{tg} x,$ $F(x) = -\operatorname{ctg} x + C$	$f(x) = x,$ $F(x) = 1 + C$

9. На малюнку зображено графік функції $y = f(x)$. Яка із функцій МОЖЕ бути первісною для $f(x)$?



А	Б	В	Г	Д
$y = \operatorname{tg} x$	$y = \frac{1}{x}$	$y = 2^x$	$y = x$	$y = \lg x$

10. Відомо, що функція $F(x) = \sqrt{x}$ є первісною функції $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$. Яке перетворення слід виконати над графіком функції $F(x)$, щоб отримати первісну $G(x)$ функції $g(x) = \frac{1}{2\sqrt{4x}}$?

А	Б	В	Г	Д
стиснути в 4 рази вздовж осі абсцис	стиснути в 4 рази вздовж осі ординат	стиснути в 2 рази вздовж осі абсцис	стиснути в 2 рази вздовж осі ординат	розтягнути в 2 рази вздовж осі абсцис

11. Відомо, що функція $y = F(x)$ є первісною функції $y = f(x)$ і $a < 0$. Укажіть первісну функції $y = f(ax)$.

А	Б	В	Г	Д
$y = -aF(ax)$	$y = \frac{1}{a}F(ax)$	$y = aF(ax)$	$y = -\frac{1}{a}F(ax)$	$y = -F(ax)$

12. Скільки з наступних тверджень є ПРАВИЛЬНИМИ:

1) якщо $F(x)$ є первісною для $f(x)$, то $2008F(x)$ є первісною для $2008f(x)$;

2) якщо $F(x)$ є первісною для $f(x)$, то $F(x) + 2008$ є первісною для $f(x) + 2008$;

3) якщо $F(x)$ є первісною для $f(x)$, то $F(x + 2008)$ є первісною для $f(x + 2008)$;

4) якщо $F(x)$ є первісною для $f(x)$, то $F(2008x)$ є первісною для $f(2008x)$?

А	Б	В	Г	Д
одне	два	три	чотири	усі твердження є неправильними

13. Які з наступних тверджень є НЕПРАВИЛЬНИМИ:

1) якщо $F(x)$ є первісною для $f(x)$ на деякому проміжку, а $G(x)$ є первісною для функції $g(x)$ на цьому ж проміжку, то $3F(x) - 2G(x)$ є первісною для $3f(x) - 2g(x)$ на цьому проміжку;

2) якщо $F(x)$ є первісною для $f(x)$ на деякому проміжку, а $G(x)$ є первісною для функції $g(x)$ на цьому ж проміжку, то $2F(x) \cdot 3G(x)$ є первісною для $2f(x) \cdot 3g(x)$ на цьому проміжку;

3) якщо $F(x)$ є первісною для $f(x)$ на деякому проміжку, а $G(x)$ є первісною для функції $g(x)$ на цьому ж проміжку, то $\frac{3F(x)}{2G(x)}$ є

первісною для $\frac{3f(x)}{2g(x)}$ на цьому проміжку?

А	Б	В	Г	Д
серед тверджень лише одне неправильне	1) і 2)	1) і 3)	2) і 3)	усі твердження неправильні

14. Для функції $f(x) = 1 - 2x$ знайдіть первісну $F(x)$, графік якої проходить через точку $M(2; 1)$.

А	Б	В
$F(x) = x(1 - x) + 3$	$F(x) = x(1 - x)$	$F(x) = x(1 - 2x) + 7$

Г	Д
$F(x) = x(1 - 2x)$	$F(x) = x(x - 1) - 1$

15. Скільки РІЗНИХ первісних функції $f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ проходять через початок координат?

А	Б	В	Г	Д
жодна	одна	дві	три	більше трьох

16. Тіло рухається прямолінійною ділянкою шляху, а його швидкість (у м/с) при цьому змінюється за законом $v(t) = 9t^2 - 4t + 1$. На якій відстані від початку відліку знаходилося тіло через 2 с після початку руху, якщо через 1 с після початку руху відстань становила 1 м?

А	Б	В	Г	Д
14 м	15 м	16 м	17 м	18 м

17. Матеріальна точка рухається рівноприскорено з постійним прискоренням $a = 2 \text{ м/с}^2$, причому через 3 с після початку руху її швидкість дорівнювала 10 м/с. Серед наведених законів зміни швидкості вкажіть той, який описує рух цієї матеріальної точки.

А	Б	В	Г	Д
$v(t) = 10$	$v(t) = t^2 + 1$	$v(t) = 2t + 4$	$v(t) = -2t + 16$	$v(t) = -t^2 + 19$

18. Укажіть формулу для обчислення площі S фігури, обмеженої графіком функції $y = x(x - 3)$ та віссю абсцис.

А	Б	В
$S = \int_0^3 x(3-x)dx$	$S = \int_0^1 x(3-x)dx$	$S = \int_0^3 x(x-3)dx$

Г	Д
$S = \int_0^1 x(x-3)dx$	$S = \int_1^3 x(x-3)dx$

19. Серед наведених нижче інтегралів виберіть той, значення якого **НАЙМЕНШЕ**.

А	Б	В	Г	Д
$\int_0^1 x^2 dx$	$\int_0^1 (1-x)dx$	$\int_0^1 2^{-x} dx$	$\int_0^1 (x-1)dx$	$\int_0^1 (x+1)dx$

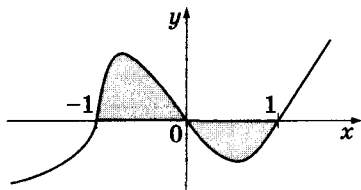
20. Використовуючи геометричний зміст інтеграла, обчисліть інтеграл $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{2}$	1	π

21. Укажіть геометричну фігуру, площа якої дорівнює значенню інтеграла $\int_0^{\pi} \sin x dx$.

А	Б	В	Г	Д
круг радіуса $r = 1$	квадрат зі стороною $a = 1$	півкруг радіуса $r = 1$	трикутник зі сторона- ми $a = 2$, $b = 2$, $c = \pi$	прямокут- ник зі сторонами $a = 1$ і $b = 2$

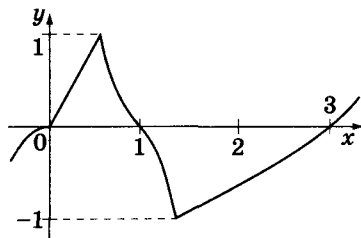
22. На малюнку зображено графік функції $y = f(x)$. Укажіть формулу для обчислення площі заштрихованої фігури.



А	Б	В	Г	Д
$\int_{-1}^1 f(x) dx$	$\int_{-1}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx$	$2 \cdot \int_{-1}^0 f(x) dx$	$\int_0^1 f(x) dx - \int_{-1}^0 f(x) dx$	$2 \cdot \int_0^1 f(x) dx$

23. На малюнку зображено графік функції $y = f(x)$. Укажіть число, яке є **НАЙТОЧНІШИМ** наближенням значення інтеграла

$$\int_0^3 f(x) dx.$$



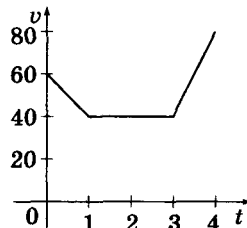
А	Б	В	Г	Д
-1,5	-0,5	0	0,5	1,5



24. Закон зміни швидкості матеріальної точки задано функцією $v(t) = 3t^2 + 2t$, причому час вимірюється у секундах, а швидкість – у метрах за секунду. Яку відстань пройшла ця матеріальна точка за перші 4 с руху?

А	Б	В	Г	Д
80 м	56 м	45,6 м	$29\frac{1}{3}$ м	28 м

25. На малюнку зображено закон зміни швидкості $v = v(t)$ автомобіля, який рухається прямолінійною автострадою (час вимірюється у годинах, а швидкість – у кілометрах за годину). Укажіть, за який інтервал часу автомобіль проїхав найбільшу відстань.



А	Б	В	Г	Д
$t \in [0; 1]$	$t \in [1; 2]$	$t \in [2; 3]$	$t \in [3; 4]$	визначити неможливо

26. Укажіть інтеграл, значення якого НЕ ІСНУЄ.

А	Б	В	Г	Д
$\int_{-10}^{-1} \lg(-x) dx$	$\int_0^1 \operatorname{tg} x dx$	$\int_{-2}^{-1} \sqrt{x} dx$	$\int_{-1}^0 3^x dx$	$\int_{-1}^1 x dx$

27. Обчисліть інтеграл $\int_a^a 2 dx$ при $a \in (0; +\infty)$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{a}{2}$	a	$2a$	$4a$	інша відповідь

28. Обчисліть інтеграл $\int_1^2 \frac{x^3 + 2x^2 - 2}{x^2} dx$.

А	Б	В	Г	Д
0,5	1	1,5	2	2,5

29. Обчисліть інтеграл $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin(3x) \cos x dx$.

А	Б	В	Г	Д
0,5	0,25	1	0	2

30. Обчисліть інтеграл $\int_{-1}^1 x \cdot \lg(1+x^2) dx$.

А	Б	В	Г	Д
-10	-1	0	1	10

31. Розв'язками диференціального рівняння $y' = x$ є ...

А	Б	В	Г	Д
прямі	параболи	гіперболи	кола	синусоїди

32. Яка із наведених функцій $y = f(x)$ є розв'язком диференціального рівняння $x \cdot e^x = f'(x)$?

А	Б	В
$f(x) = e^x + x$	$f(x) = x(e^x + 1)$	$f(x) = e^x(x - 1)$

Г	Д
$f(x) = x(e^x - 1)$	$f(x) = e^x(x + 1)$

Частина 2. Запишіть відповідь ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.

33. За статистичними даними, швидкість приросту населення містечка X починаючи з 1996 р. наближено описується функцією $v(t) = 100\sqrt[3]{t - 1996}$, де час вимірюється в роках, а швидкість – в особах за рік. Знайдіть приріст населення міста X у період з 1997 по 2004 рік (у тисячах осіб).

Відповідь: _____ тис. осіб.

34. За умовою попередньої задачі знайдіть очікувану кількість жителів містечка X у 2023 р., якщо описана тенденція до росту населення не зміниться, причому в 1996 р. в X проживало 5000 осіб.

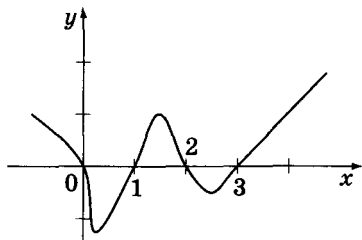
Відповідь: _____ тис. осіб.



35. Тіло масою $m = 2$ кг рухається прямолінійно під дією змінної сили $F(t) = e^t$, де час вимірюється у секундах, а сила – у ньютонах. На якій відстані від початку відліку перебуватиме тіло через 2 с після початку руху, якщо відомо, що в початковий момент часу $t_0 = 0$ тіло знаходилося в початку відліку, а в момент часу $t_1 = \ln 2$ с воно мало швидкість 3 м/с? Відповідь округліть до тисячних, в обчисленнях вважайте, що $e \approx 2,7$.

Відповідь: _____ м.

36. На малюнку зображено графік функції $y = f(x)$. Впорядкуйте числа $a = \int_0^1 f(x)dx$, $b = \int_1^2 f(x)dx$, $c = \int_2^3 f(x)dx$ за зростанням. У відповідь запишіть НОМЕР правильного співвідношення.



- 1) $a < b < c$; 2) $a < c < b$; 3) $b < a < c$;
4) $b < c < a$; 5) $c < a < b$; 6) $c < b < a$.

Відповідь: _____

37. Знайдіть значення параметра a , при якому інтеграл $\int_0^1 |x - a| dx$ набуває НАЙМЕНШОГО значення.

Відповідь: _____

38. Задано функцію $f(x) = \frac{5a}{\pi} + \cos x$. Знайдіть значення пара-

метра a , при якому $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = 5$.

Відповідь: _____



39. Задано функцію $f(x) = ax^2 + bx + c$. Знайдіть значення параметрів a, b, c , якщо $f(-1) = 2$, $f'(0) = 0$ і $\int_0^1 f(x)dx = -2$. У відповідь запишіть СУМУ $a + b + c$.

Відповідь: _____

40. Впорядкуйте величини $a = \int_0^1 \frac{\pi}{2} \sqrt{x} dx$, $b = \int_0^1 \frac{\pi}{2} x dx$, $c = \int_0^1 \arcsin x dx$

за зростанням. У відповідь запишіть **НОМЕР** правильного співвідношення.

- 1) $a < b < c$; 2) $a < c < b$; 3) $b < a < c$;
4) $b < c < a$; 5) $c < a < b$; 6) $c < b < a$.

Відповідь: _____

41. Обчисліть інтеграл $\int_{-1}^1 (2 - |x|) dx$.

Відповідь: _____

42. Обчисліть інтеграл $\int_{-1}^2 |1 - x| dx$.

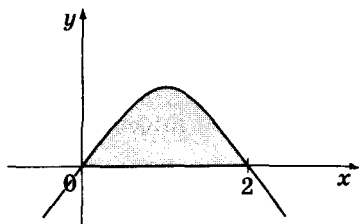
Відповідь: _____

43. Обчисліть інтеграл $\int_0^1 (x - f(x)) dx$, якщо відомо, що функція

$$y = f(x) - \text{парна і } \int_{-1}^1 f(x) dx = 15,2.$$

Відповідь: _____

44. Знайдіть рівняння параболи $y = ax^2 + bx + c$, якщо площа заштрихованої фігури, зображеної на малюнку, дорівнює 1. У відповідь запишіть значення $y(4)$.



Відповідь: _____

45. Обчисліть інтеграл $\int_{-5}^5 (2\sin^2 x + x(2^{-x} + 2^x) + 2\cos^2 x) dx$.

Відповідь: _____

46. Обчисліть площу фігури, обмеженої лініями: $y^2 = x$ і $y = 2 - x$.

Відповідь: _____

47. Знайдіть об'єм тіла V , утвореного обертанням криволінійної трапеції навколо осі абсцис, якщо ця криволінійна трапеція обмежена лініями: $x = 1$, $x = 2$, $y = x^2$, $y = \frac{1}{2}x^2$. У відповідь запишіть значення $\frac{V}{\pi}$.

Відповідь: _____

48. Знайдіть розв'язок $y = f(x)$ диференціального рівняння $y' = \sqrt{x}$, для якого мають місце умови: $f'(0) = 1$, $f(0) = 2$. У відповідь запишіть значення $f(9)$.

Відповідь: _____

Частина 3. Розв'язання завдань цієї частини обґрунтуйте.

Для цього запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. У разі необхідності проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

49. Побудуйте ескіз графіка функції

$$f(x) = \begin{cases} \int_1^x |t| dt, & \text{якщо } x \in (-\infty; 1), \\ x \int_1^x \frac{dt}{2\sqrt{t}}, & \text{якщо } x \in [1; +\infty). \end{cases}$$

50. Задано функцію $f(x) = x^\alpha$, $\alpha \leq -1$.

1) Обчисліть площу S_n криволінійної трапеції, обмеженої лініями: $x = 1$, $x = n$, $y = 0$ та $y = f(x)$.

2) Знайдіть $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$.

3) Обчисліть об'єм V_n тіла, утвореного обертанням криволінійної трапеції з пункту 1) навколо осі абсцис.



4) Знайдіть $\lim_{n \rightarrow \infty} V_n$.

51. Визначте рівняння лінії (ліній), усі дотичні до якої (яких) проходять через точку $M(a; b)$.

52. Розв'яжіть диференціальне рівняння $x \cdot y' + y = 3x^2$.

БЛАНК ВІДПОВІДЕЙ

Розділ 3

Частина 1. У завданнях 1–32 правильну відповідь позначайте тільки так: ☒

	А	Б	В	Г	Д
1	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐	☐

	А	Б	В	Г	Д
7	☐	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐	☐
10	☐	☐	☐	☐	☐
11	☐	☐	☐	☐	☐
12	☐	☐	☐	☐	☐

	А	Б	В	Г	Д
13	☐	☐	☐	☐	☐
14	☐	☐	☐	☐	☐
15	☐	☐	☐	☐	☐
16	☐	☐	☐	☐	☐
17	☐	☐	☐	☐	☐
18	☐	☐	☐	☐	☐

	А	Б	В	Г	Д
19	☐	☐	☐	☐	☐
20	☐	☐	☐	☐	☐
21	☐	☐	☐	☐	☐
22	☐	☐	☐	☐	☐
23	☐	☐	☐	☐	☐
24	☐	☐	☐	☐	☐

	А	Б	В	Г	Д
25	☐	☐	☐	☐	☐
26	☐	☐	☐	☐	☐
27	☐	☐	☐	☐	☐
28	☐	☐	☐	☐	☐
29	☐	☐	☐	☐	☐
30	☐	☐	☐	☐	☐

	А	Б	В	Г	Д
31	☐	☐	☐	☐	☐
32	☐	☐	☐	☐	☐

Частина 2. У завданнях 33–48 відповідь записуйте тільки десятковим дробом, з огляду на положення коми, по одній цифрі в кожній клітинці.

33					,			
34					,			
35					,			
36					,			
37					,			
38					,			

39					,			
40					,			
41					,			
42					,			
43					,			
44					,			

45					,			
46					,			
47					,			
48					,			

