

«Основні види
рівнянь з
однією
змінною.
Методи їх
розв'язання.»



Розв'язання лінійного рівняння $ax=b$.

1. Якщо $a \neq 0$, то рівняння має один корінь.

Наприклад, $3,4x-6,8=0$,

$$x=6,8:3,4,$$

$$x=2.$$

Відповідь: 2

2. Якщо $a=0$, але $b \neq 0$, то рівняння немає коренів.

Наприклад, $4 \cdot (3x-1)=12x+10$,

$$12x-4=12x+10,$$

$$12x-12x=10+4,$$

$$0 \cdot x=14$$

немає такого значення x , при множенні якого на 0 можна отримати 14, тому дане рівняння розв'язків немає.

Відповідь: $\emptyset$

3. Якщо $a=0$ і $b=0$, то корінь рівняння — будь-яке число.

Наприклад, $3,8 \cdot (x-1)=5,7x-1,9 \cdot (x+2)$,

$$3,8x-3,8=5,7x-1,9x-3,8,$$

$$3,8x-3,8x=-3,8+3,8,$$

$$0 \cdot x=0$$

нуль при множенні на будь-яке число, дає 0, тому розв'язком даного рівняння є будь-яке число.

Відповідь: $x \in (-\infty; +\infty)$



Це треба вміти

Це треба знати

Пропорції

Рівність двох відношень називають *пропорцією*.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}; \text{ або } a:b = c:d$$

Основна властивість пропорції:

$$a \cdot d = b \cdot c$$

добуток крайніх членів пропорції дорівнює добутку її середніх членів.

Усі члени пропорції відмінні від нуля: $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0$.



Розв'язок пропорцій.

Це треба вміти

1.Розв'язати рівняння: $\frac{1}{x-1} = \frac{2}{x+1}$.

Для розв'язування використовуємо основну властивість пропорції

$1 \cdot (x+1) = 2 \cdot (x-1),$

$x+1 = 2x-2,$

$x-2x = -2-1,$

$x=3.$

Відповідь:3

2.Розв'язати рівняння: $\frac{x+5}{10(x-5)} = \frac{1}{x-5},$

$(x+5)(x-5)=10x-50,$

$x^2-25-10x+50=0,$

$x^2-10x+25=0,$

$(x-5)^2=0,$

$x=5.$

При $x=5$ знаменники дробів,що входять до даного рівняння дорівнюють нулю.тому це значення x не може бути коренем рівняння.

Відповідь: рівняння розв'язків не має.

Квадратні рівняння

Рівняння виду $ax^2+bx+c=0$, де a , b і c — дійсні числа та $a \neq 0$, називається квадратним рівнянням.

Сума коренів зведеного квадратного рівняння $x^2+px+g=0$ дорівнює взятому з протилежним знаком другому коефіцієнту, а добуток—вільному члену(Теорема Вієта):

$$x_1 + x_2 = -p; \quad x_1 \cdot x_2 = g.$$

Наприклад:

$$x^2 - 5x + 6 = 0, \quad p = -5, \quad g = 6.$$

$x_1 + x_2 = 5$; $x_1 \cdot x_2 = 6$. Корені знаходимо методом підбору.

Відповідь: 2; 3.

Приклади

Це треба вміти

**Біквдратним називається рівняння виду $ax^4+bx^2+c=0$
де x – змінна, a, b, c – деякі числа, причому $a \neq 0$.**

1. Розв'язати рівняння: $x^4+5x^2+4=0$,

Робимо заміну змінної: $x^2=t$, $x^4=t^2$

Розв'язуємо отримане квадратне рівняння відносно t .

$$t^2+5t+4=0,$$

Розв'язавши дане рівняння або за формулою коренів, або за теоремою Вієта отримаємо

$t=-1$; $t=-4$. Робимо обернену заміну:

1) $x^2=-1$ – рівняння розв'язків не має.

2) $x^2=-4$ – рівняння розв'язків не має.

Відповідь: рівняння розв'язків не має.

2. Розв'язати рівняння: $x^4-5x^2+4=0$,

Робимо заміну змінної: $x^2=t$, $x^4=t^2$

Розв'язуємо отримане квадратне рівняння відносно t .

$$t^2-5t+4=0$$

Розв'язавши дане рівняння або за формулою коренів, або за теоремою Вієта отримаємо $t=1$; $t=4$.

Робимо обернену заміну:

1) $x^2=1$; $x=-1, x=1$

2) $x^2=4$; $x=-2, x=2$.

Відповідь: $-2; -1; 1; 2$.



Дробово-раціональні рівняння

Дробово-раціональне рівняння — це рівняння, в якого ліва або права частина або обидві — дробові вирази.

1.Розв'язати рівняння:

$$\frac{(x+1)(x+2)-(x-2)(x-3)}{(x-2)(x+2)}=0,$$

$$\frac{8x-4}{x^2-4}=0, 8x-4=0, x=0,5.$$

При $x=0,5$ знаменник $x^2 - 4 \neq 0$, отже $x=0,5$ -корінь рівняння.

2.Розв'язати рівняння:

$$\frac{x^3-9x}{x^3+27}=0, \frac{x(x-3)(x+3)}{(x+3)(x^2-3x+9)}=0, x(x-3)(x+3)=0,$$

$$x_1=0; x_2=3; x_3=-3.$$

При $x=-3$ знаменник дорівнює 0, отже число -3 даного рівняння не задовільняє.

Відповідь: 0; 3.



0011 0010 1010 1101 1011 0100 1011

Розв'язування ірраціональних рівнянь

1 2
4 5

Працюємо усно:

Знайдіть із запропонованих рівнянь
ірраціональні:

$$\sqrt{x-1} = 3$$

$$y^2 + 3y\sqrt{2} = 4$$

$$x + \sqrt{x^2 + 9} = 2$$

$$\sqrt{x-2} = \sqrt{2-x}$$

$$\sqrt{6y} = 0$$

$$\sqrt[3]{x-9} = -3$$

$$\sqrt{3}y - 4 = 5$$

$$\sqrt{4-x} + \sqrt{5+x} = 3$$

$$\sqrt{x} = x - 2$$

Чи є число x_0 коренем рівняння?

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

1) $\sqrt[3]{x} = -3$

$x_0 = 27$

ні

2) $\sqrt{x} - 5 = 1$

$x_0 = 36$

так

3) $\sqrt{x+1} - 2 = 0$

$x_0 = 8$

ні

4) $2 = x^2$

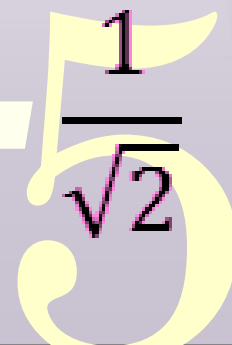
$x_0 = \sqrt{2}$

так

• $\sqrt{2}$ - яке число?



• Звільніться від ірраціональності в знаменнику дробу



Приклад

1. Розв'язати рівняння:

$$\sqrt{x-5} + \sqrt{4-x} = 7,$$

Знайдемо ОДЗ: $\begin{cases} x-5 \geq 0, \\ 4-x \geq 0. \end{cases} \begin{cases} x \geq 5, \\ x \leq 4 \end{cases}$

Як бачимо система розв'язків не має, тому, рівняння також не має розв'язків, бо нема загальних значень x , для яких обидва радикали мають дійсне значення.



2. Розв'язати рівняння: $5\sqrt{x}=1, \sqrt{x}=\frac{1}{5}, (\sqrt{x})^2=(\frac{1}{5})^2, x=\frac{1}{25}.$

3. Укажіть якому проміжку належить корінь рівняння: $\sqrt{13-5x}=3, (\sqrt{13-5x})^2=3^2, 13-5x=9, 5x=4, x=0,8, x \in (0; 1)$

Приклад(ПЗНО 2020)

Це треба вміти

4.Розв'язати рівняння:

$x^3 = -0,027$, добуваємо з лівої і правої частини $\sqrt[3]{x^3}$

$$\sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{-0,027}$$

$$\sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{(-0,3)^3}$$

$$x = -0,3$$

5.Розв'язати рівняння: $x - \sqrt{x} - 2 = 0$,

$$x - 2 = \sqrt{x},$$

$$(x - 2)^2 = (\sqrt{x})^2,$$

$$x^2 - 4x + 4 - x = 0,$$

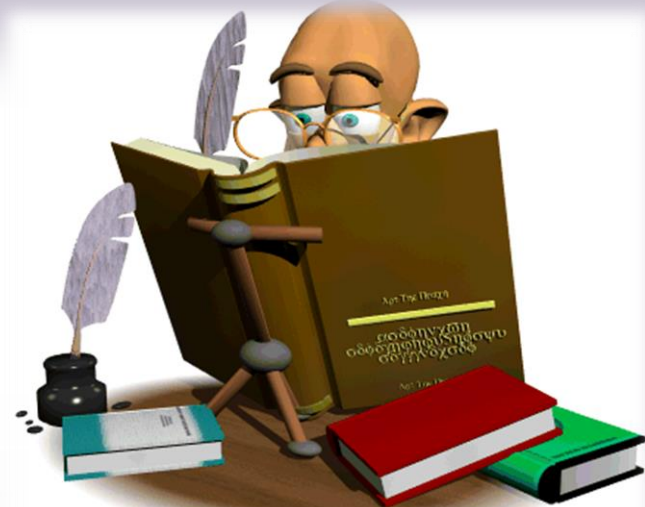
$$x^2 - 5x + 4 = 0, \quad x_1 = 1; \quad x_2 = 4.$$

Перевірка: , $x_1 = 1, \quad 1 - \sqrt{1} - 2 = 0 \quad -2 \neq 0$ -сторонній корінь.

$$x_2 = 4, \quad 4 - \sqrt{4} - 2 = 4 - 2 - 2 = 0. \quad 0 = 0$$

Відповідь; $x = 4$.

Тест.



- 1. Обчислити: $\sqrt[3]{64 * 0,125}$
а) 4; б) 2; в) 0,5; г) 8
- 2. Обчислити: $\sqrt[6]{4 - 3\sqrt{2}} * \sqrt[6]{4 + 3\sqrt{2}}$
а) -2; б) - 6; в) 34; г) розв'язку немає
- 3. При яких значеннях x вираз має зміст: $\sqrt[3]{x - 5}$
а) $[0; \infty)$; б) $(-\infty; 5]$; в) $(-\infty; +\infty)$; г) $[5; +\infty)$
- 4. Розв'язати рівняння: $\sqrt{x} = 2$
а) 4; б) 2; в) 16; г) -2
- 5. Розв'язати рівняння: $\sqrt[3]{x + 4} = 5$
а) 11; б) 21; в) -16; г) 121
- 6. Розв'язати рівняння: $2 + \sqrt[8]{x - 9} = 0$
а) 2; б) 265; в) -265; г) коренів немає
- 7. Розв'язати рівняння: $\sqrt{x + 1} * \sqrt{2x + 7} = 0$
а) 1; -3,5; б) 1; 3,5; в) -1; г) -1; -3,5.

12
45

Виберіть метод розв'язування даного ірраціонального рівняння:

1. піднесення до степеня;
2. заміна змінної;
3. розкладання на множники;
4. графічний.

Рівняння	Методи розв'язування			
	1	2	3	4
1) $\sqrt{x-2} - \sqrt{3-x} = 1$				
2) $x^2 \sqrt{x+6} - 49\sqrt{x+6} = 0$				
3) $2\sqrt{x-1} + \sqrt[4]{x-1} = 3$				
4) $\sqrt{x-2} = \frac{3}{x}$				

Виберіть метод розв'язування даного ірраціонального рівняння:

1. піднесення до степеня;
2. заміна змінної;
3. розкладання на множники;
4. графічний.

Рівняння	Методи розв'язування			
	1	2	3	4
1) $\sqrt{x-2} - \sqrt{3-x} = 1$	+			
2) $x^2\sqrt{x+6} - 49\sqrt{x+6} = 0$			+	
3) $2\sqrt{x-1} + \sqrt[4]{x-1} = 3$		+		
4) $\sqrt{x-2} = \frac{3}{x}$				+

Знайди пару:

0011 0011 1101 1010 1010 1011

1) $\sqrt{61 - x^2} = 5$

2) $\sqrt{2x + 3} = 6 - x$

3) $x - 2 = \sqrt[3]{x^2 - 8}$

4) $3\sqrt{x + 3} - \sqrt{x - 2} = 7$

5) $\sqrt{3x - 5} = \frac{x - 1}{\sqrt{x - 2}}$

А) 3,25; 2

Б) 3; 1,5

В) -3; 1,5

Г) 3

Д) 11; 3

Е) 0; 3; 4

Є) 6; -6

Ж) 6

Знайди пару:

0011 0011 1101 0100 1011

1) $\sqrt{61 - x^2} = 5$

2) $\sqrt{2x + 3} = 6 - x$

3) $x - 2 = \sqrt[3]{x^2 - 8}$

4) $3\sqrt{x + 3} - \sqrt{x - 2} = 7$

5) $\sqrt{3x - 5} = \frac{x - 1}{\sqrt{x - 2}}$

А) 3,25; 2

Б) 3; 1,5

В) -3; 1,5

Г) 3

Д) 11; 3

Е) 0; 3; 4

Є) 6; -6

Ж) 6

0011 0011 1101 1001 1011

$$1) \sqrt{61 - x^2} = 5$$

$$2) \sqrt{2x + 3} = 6 - x$$

$$3) x - 2 = \sqrt[3]{x^2 - 8}$$

$$4) 3\sqrt{x + 3} - \sqrt{x - 2} = 7$$

$$5) \sqrt{3x - 5} = \frac{x - 1}{\sqrt{x - 2}}$$

Знайди пару:

А) 3,25; 2

Б) 3; 1,5

В) -3; 1,5

Г) 3

Д) 11; 3

Е) 0; 3; 4

Є) 6; -6

Ж) 6

0011 0011 1101 1001 1011

$$1) \sqrt{61 - x^2} = 5$$

$$2) \sqrt{2x + 3} = 6 - x$$

$$3) x - 2 = \sqrt[3]{x^2 - 8}$$

$$4) 3\sqrt{x + 3} - \sqrt{x - 2} = 7$$

$$5) \sqrt{3x - 5} = \frac{x - 1}{\sqrt{x - 2}}$$

Знайди пару:

А) 3,25; 2

Б) 3; 1,5

В) -3; 1,5

Г) 3

Д) 11; 3

Е) 0; 3; 4

Є) 6; -6

Ж) 6

0011 0011 1101 1001 1011

$$1) \sqrt{61 - x^2} = 5$$

$$2) \sqrt{2x + 3} = 6 - x$$

$$3) x - 2 = \sqrt[3]{x^2 - 8}$$

$$4) 3\sqrt{x + 3} - \sqrt{x - 2} = 7$$

$$5) \sqrt{3x - 5} = \frac{x - 1}{\sqrt{x - 2}}$$

Знайди пару:

А) 3,25; 2

Б) 3; 1,5

В) -3; 1,5

Г) 3

Д) 11; 3

Е) 0; 3; 4

Є) 6; -6

Ж) 6

Рівняння, що містять змінну під знаком модуля

Це треба знати

Суть розв'язання рівнянь з модулями полягає в тому, щоб звільнитися від модулів(або за означенням модуля або методом інтервалів) і перейти до рівнянь, які не містять модулів, і розв'язувати вже відомим способом.

Кількість коренів рівняння $|f(x)| = a$ в залежності від значення числа a :

1. $a < 0$ -рівняння коренів не має.

2. $a = 0$ -рівняння має один корінь.

3. $a > 0$ -рівняння має два корені:
$$\begin{cases} f(x) = a, \\ f(x) = -a \end{cases}$$

Приклади

Це треба вміти

1.Розв'язати рівняння: $|3x - 7| = 8$

Модуль числа дорівнює 8 тоді і лише тоді, коли це число дорівнює 8 або -8 . Отже:

$$3x - 7 = 8 \quad \text{або} \quad 3x - 7 = -8$$

$$3x = 15, \quad 3x = -1,$$

$$x = 5 \quad x = -\frac{1}{3}.$$

Відповідь: $-\frac{1}{3}; 5$.

2.Розв'язати рівняння: $||4x - 1| - 5| = 7$,

$$|4x - 1| - 5 = 7, \quad \text{або} \quad |4x - 1| - 5 = -7$$

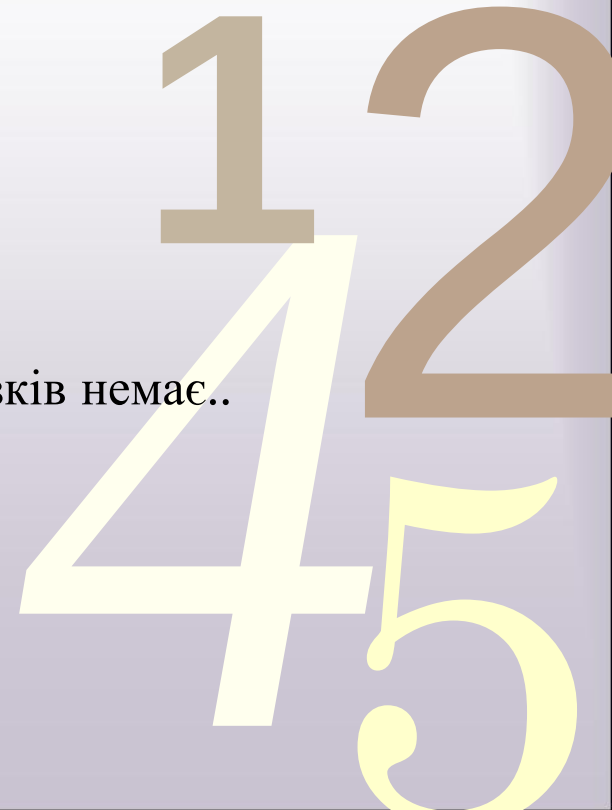
$$|4x - 1| = 12, \quad |4x - 1| = -2 \text{ - розв'зків немає..}$$

$$4x - 1 = 12 \quad \text{або} \quad 4x - 1 = -12$$

$$4x = 13 \quad 4x = -11.$$

$$x = 3,25 \quad x = -2,75$$

Відповідь: $-2,75; 3,25$.



Система двох рівнянь

Це треба вміти

$$\begin{cases} 2x + y = 4, \\ 3x + 5y = 13; \end{cases}$$

Розв'яжемо дану систему способом підстановки, для цього виразимо з першого рівняння змінну y через x :
 $y = 4 - 2x$ і підставимо у друге рівняння замість y :

$$3x + 5 \cdot (4 - 2x) = 13,$$

$$3x + 20 - 10x = 13,$$

$$3x - 10x = 13 - 20,$$

$$-7x = -7,$$

$x = 1$. Підставивши знайдене значення x у вираз $y = 4 - 2x$, знайдемо значення y . $y = 4 - 2 \cdot 1 = 2$.

Відповідь: (1; 2).



Приклади (ЗНО)

Це треба вміти

1. Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} 2x - 3y = 14, \\ x + 3y = -11 \end{cases}$$

+

Оскільки коефіцієнти при змінній y протилежні, то дану систему зручно розв'язати способом додавання. Додавши почленно перше і друге рівняння отримаємо: $3x=3$, $x=1$.

Підставимо отримане значення у будь-яке із рівнянь

$$1+3y = -11,$$

$$3y = -12,$$

$$y = -4.$$

Відповідь: (1; -4)

2. Скільки розв'язків має система рівнянь:

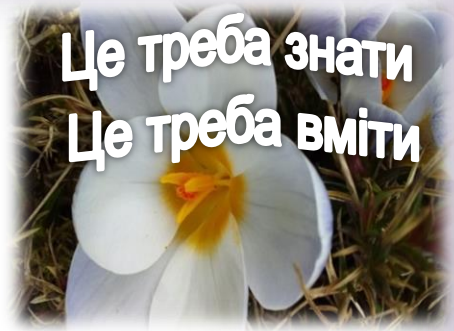
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = -5, \\ x^2 + y^2 = 4. \end{cases}$$

$2x^2 = -1$, $x^2 = -0,5$ -система розв'язків не має оскільки

$$x^2 \geq 0, \text{ а } -0,5 < 0.$$



Графічний спосіб



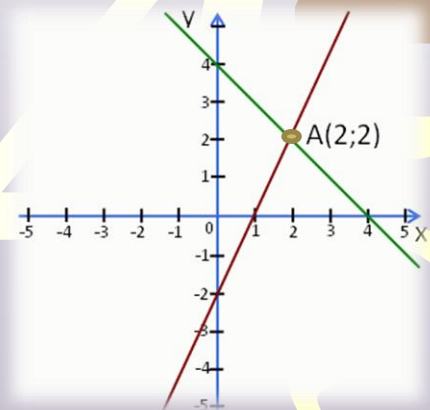
- **3.Графічний спосіб :**
- будуємо в одній системі координат графіки обох рівнянь системи.
- знаходимо координати спільних точок графіків.
- координати цих спільних точок і є розв'язками системи.

- **Розв'язати графічно систему рівнянь:**
$$\begin{cases} 2x - y = 2, \\ x + y = 4. \end{cases}$$

- 1)Будуємо графік рівняння $2x-y=2, y=2x-2$
- 2)Будуємо графік рівняння $x + y = 4, y=4-x$
- 3) За отриманими даними будуємо в одній системі координат графіки обох рівнянь системи
- 4)Графіки перетинаються в точці (2;2)
- Відповідь:(2;2)

x	0	1
y	-2	0

x	0	4
y	4	0



Показникові рівняння.



1 2
4 5

Заміна змінної в показникових рівняннях

$$4^{x+1} + 7 \cdot 2^x - 2 = 0$$

Розв'язання

$$4 \cdot 4^x + 7 \cdot 2^x - 2 = 0$$

Заміна: $2^x = t$, тоді

$$4^x = 2^{2x} = t^2$$

$$4t^2 + 7t - 2 = 0$$

$$D = 49 + 4 \cdot 4 \cdot 2 = 81$$

$$t_1 = \frac{-7+9}{8} = \frac{1}{4}$$

$$t_2 = \frac{-7-9}{8} = -2$$

Повертаючись
до заміни,
маємо:

$$\begin{cases} 2^x = \frac{1}{4}; \\ 2^x = -2; \\ x = -2; \\ x \in \emptyset. \end{cases}$$

Відповідь: -2.

Наприклад:

$$(2 + \sqrt{3})^x \cdot (2 - \sqrt{3})^x = 4$$

Розв'язання

Заміна: $(2 + \sqrt{3})^x = t$, тоді $(2 - \sqrt{3})^x = \frac{1}{t}$

$$t + \frac{1}{t} - 4 = 0$$

$$t^2 + t - 4 = 0$$

$$D = 12$$

$$t_1 = 2 + \sqrt{3}$$

$$t_2 = 2 - \sqrt{3}$$

Повертаючись до заміни, маємо:

$$\begin{cases} (2 + \sqrt{3})^x = 2 + \sqrt{3}; \\ (2 + \sqrt{3})^x = 2 - \sqrt{3}; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1; \\ x = -1. \end{cases}$$

Відповідь: -1; 1.

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

12
45

0011 0010 1010 1101 0010 0011 0101 0100 Розв'яз



Логарифмічними рівняннями
називаються рівняння, які містять
змінну під знаком логарифма

Які із даних рівнянь є логарифмічними?

1)

$$\log_2 x + 5 = 9$$

2)

$$\log_{0,5} 0,25 + 4x^2 = 0$$

3)

$$\log_3 27 - 2^{x-4} = 5$$

4)

$$\log_2 x + \log_2^2 x - 5 = 9$$



Серед заданих рівнянь назвіть ті, які не мають коренів на множенні дійних чисел



1)

$$\sin x = \log_2 32$$

2)

$$\log_5 x + \log_{\frac{1}{5}}(x-1) = 0$$

3)

$$|2 - x| = \log_2 \frac{1}{4}$$

Відповідь обгрунтуйте.

Метод зведення логарифмічного рівняння до алгебраїчного

Приклад: Розв'яжіть рівняння $\log_3^2 x - 4\log_3 x = -3$

Нехай $\log_3 x = a$; $a^2 - 4a + 3 = 0$,

$a_1 = 4$; $a_2 = -1$.

звідси $\log_3 x = 4$, тому $x = 81$;

$\log_3 x = -1$, $x = 0,5$. Відповідь : 81; 0,5.

Метод потенціювання.

Приклад: Розв'яжіть рівняння $\log_5(x-1) + \log_5(x-2) = \log_5(x+2)$

Пропотенціюємо дану рівність і

одержимо:

$$\begin{aligned}\log_5(x-1)(x-2) &= \log_5(x+2); \\ x^2 - 4x &= 0; x=0, x=4.\end{aligned}$$

Враховуючи ОДЗ:

$$\begin{cases} x-1 > 0, \\ x-2 > 0, \\ x+2 > 0; \end{cases} \quad x \in (2; \infty)$$

Відповідь: 4.

Метод зведення логарифмів до однієї і тієї ж основи.

$$\log_3 x - 2 \log_{\frac{1}{3}} x = 3 \quad \text{ОДЗ: } x > 0$$

Приклад: Розв'яжіть рівняння

$$\log_3 x - 2 \frac{\log_3 x}{\log_3 \frac{1}{3}} = 3; \quad \log_3 x + 2 \log_3 x = 3; \quad 3 \log_3 x = 3; \quad x = 3.$$

Відповідь : $x = 3$.

Метод логарифмування

Приклад: Розв'яжіть рівняння

$$x^{\lg x} = 100x.$$

ОДЗ: $x > 0$

Прологарифмуємо обидві частини рівняння ($x > 0$): $\lg x^{\lg x} = \lg 100x$

Одержимо $\lg x \lg x = \lg 100 + \lg x$; $\lg^2 x - \lg x - 2 = 0$.

Замінемо : $\lg x = a$, тому $a^2 - a - 2 = 0$. $a_1 = 2; a_2 = -1$.

Тоді : 1) $\lg x = 2$; $x = 10^2$, $x = 100$.

2) $\lg x = -1$; $x = 10^{-1}$, $x = 0,1$.

Відповідь : 100; 0,1.

Графічний метод розв'язування рівнянь

Приклад: Розв'яжіть рівняння **$\lg x = 1 - x$**

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

Подумай!

-0

Подумай!
!

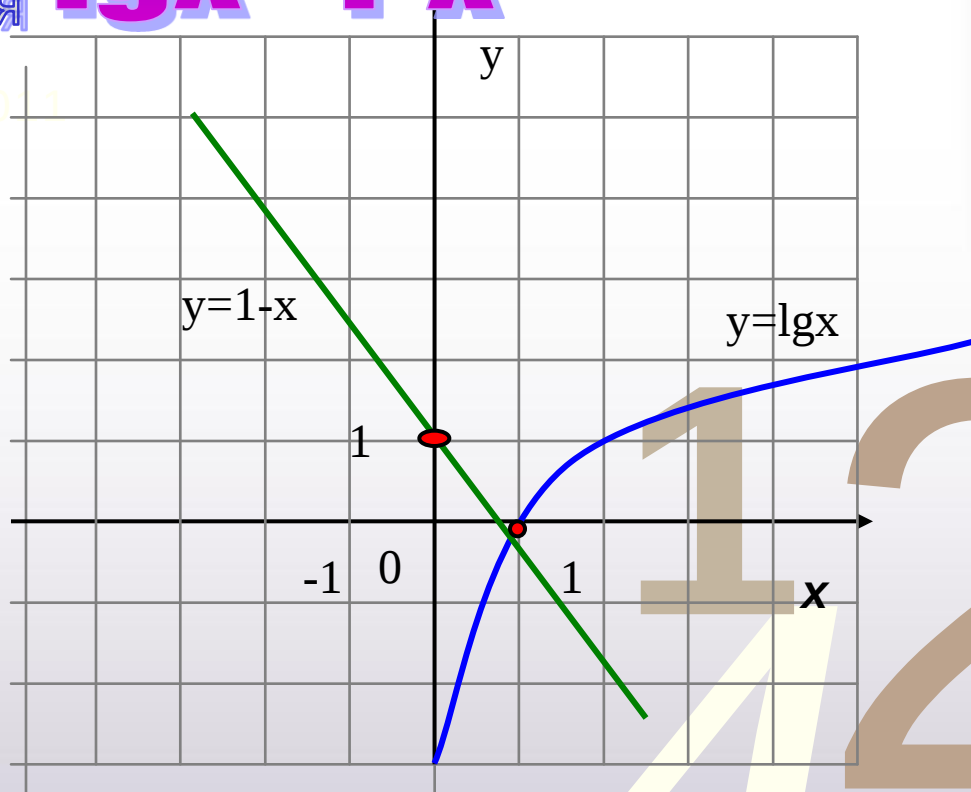
-1

Подумай!

2

Вірно!

1



В одній і тій же системі координат будуюмо графіки функцій $y = \lg x$ і $y = 1 - x$. Знаходимо абсцису точки перетину графіків функцій. Відповідь: $x = ?$

Розв'язати рівняння

1)

$$\log_3(2x + 1) = 2$$

$$x=4$$

2)

$$\log_5(6 - x^2) = \log_5 x$$

$$x=2$$

3)

$$\log_{x+1}(2x^2 + 1) = 2$$

$$x=2$$

4)

$$\log_x 64 = 6$$

$$x=2$$

5)

$$\log_x 5 = -1$$

$$x=0,2$$



0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

12
45

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

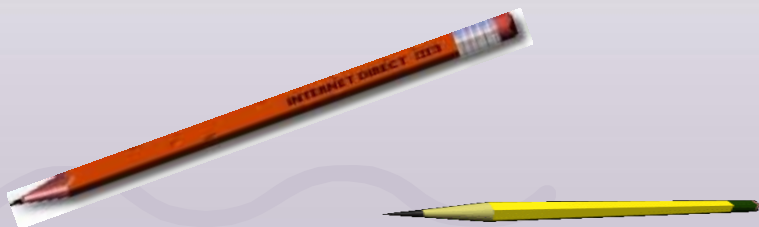
12
45

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

12
45

0011 0011 010 1101 0001 0100 1011

Тригонометричні рівняння. Способи розв'язування.



12
45

Приклади рівнянь.

$$\sin\left(4x + \frac{3\pi}{2}\right) = 0$$

Рівняння має вигляд найпростейшого,

$$t = \left(4x + \frac{3\pi}{2}\right)$$

Згідно формул приведення маємо.

$$-\cos 4x = 0$$

$$\cos \overset{\text{t}}{\underset{\nearrow}{4x}} = 0$$

Маємо частний вигляд
рівняння $\cos t = a$
 $a = 0$

$$\overset{t}{\rightarrow} \underset{\circ}{4x} = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

Поділемо обидві частини на 4.

В:

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$$

Приклади рівнянь

$$\sqrt{2} \cos 4x - 1 = 0$$

Перенос слагаемого і ділення двох частин на одне значення, отримаємо простіше рівняння.

$$\cos 4x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

t →

$$\cos 4x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$4x = \pm \arccos \frac{1}{\sqrt{2}} + 2\pi k$$

$$4x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$x = \pm \frac{\pi}{16} + \frac{\pi k}{2}$$

В:

$$x = \pm \frac{\pi}{16} + \frac{\pi k}{2}$$

Приклади рівнянь

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right) = 0$$

$$t = \left(\frac{\pi}{3} - 3x\right)$$

Маємо частний вигляд

$$\cos t = a$$

$$a = 0$$

$$\frac{\pi}{3} - 3x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

→

$$-3x = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} + \pi k$$

$$-3x = \frac{\pi}{6} + \pi k \quad | \div (-3)$$

$$x = -\frac{\pi}{18} + \frac{\pi k}{3}$$

В:

$$x = -\frac{\pi}{18} + \frac{\pi k}{3}$$

Приклади рівнянь.

001

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

01 Требо розглянути парність функції $\cos$.

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2x = (-1)^k \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \pi k$$

$$2x = (-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k \quad | \quad \div 2$$

$$x = (-1)^k \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$$

В: $x = (-1)^k \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$

Приклади рівнянь

$$\cos\left(5x + \frac{\pi}{3}\right)\cos x + \sin\left(5x + \frac{\pi}{3}\right)\sin x = \frac{1}{2}$$

$$\cos\left(5x + \frac{\pi}{3} - x\right) = \frac{1}{2}$$

$$\cos\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

$$4x + \frac{\pi}{3} = \begin{cases} \frac{\pi}{3} + 2\pi k \\ -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \end{cases} \longrightarrow 4x = \begin{cases} 2\pi k \\ -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k \end{cases} \quad \bigg| \div 4$$

$$x = \begin{cases} \frac{\pi k}{2} \\ -\frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{6} \end{cases}$$

В: $x = \begin{cases} \frac{\pi k}{2} \\ -\frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{6} \end{cases}$

Приклади.

$$8) \sin\left(\frac{x}{2} - 30^\circ\right) + 1 = 0$$

$$\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = -1$$

$$\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = -1$$

$$\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{\pi - 3\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{-2\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{x}{2} = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{2\pi}{3} + 4\pi k, k \in \mathbb{Z}$$